# Планируемые результаты освоения учебного предмета, курса, структурированные по уровням достижения в рамках работ по обновлению содержания учебного предмета «Геометрия» (7-9 классы)

**Линия 1: «Конструирование и изображение плоских и пространственных геометрических фигур»**

Обобщенный планируемый результат:

Развитие интуитивных геометрических представлений и способности к эмоциональному (эстетическому) восприятию геометрических объектов, задач, решений, рассуждений; развитие пространственного воображения.

Теоретическая основа (разделы математики и смежных наук, на понятия которых опирается выделенная линия):

планиметрия (построения с помощью циркуля и линейки), начертательная геометрия и теория перспективы (изображение пространственных тел на плоскости), преобразования плоскости, построение геометрии на основе понятия симметрии, теория многогранников (развертки, платоновы тела).

Ключевые области и понятия (то, что подлежит освоению учениками):

* Основные задачи построения с помощью циркуля и линейки. Понятие геометрического места точек, понятие равноудаленности множества точек от заданного объекта (точки, прямой).
* Примеры тел (геометрических фигур в пространстве): параллелепипед, куб, призмы, сфера, цилиндр, конус, многогранники. Грань, ребро многогранника. Правильные многогранники.   Развертка пространственной геометрической фигуры. Конструирование развертки многогранников.
* Виды симметрий (центральная, осевая, зеркальная, поворотная симметрии). Примеры симметричных фигур и симметрии фигур. Построение некоторых симметричных фигур с помощью математических (циркуль, линейка без делений) и чертежных инструментов. Использование симметрий для построения орнаментов на плоскости.

**Линия 2: «Структурные и метрические характеристики геометрической фигуры как системы»**

Обобщенный планируемый результат:

Умение проводить классификации геометрических фигур по разным основаниям, устанавливать родовидовые отношения. Способность воспринимать плоскую геометрическую фигуру как систему элементов и применять знания о свойствах этих элементов для анализа пространственных и метрических отношений между ними. Умение применять полученные знания для решения геометрических задач и доказательства теорем.

Теоретическая основа (разделы математики и смежных наук, на понятия которых опирается выделенная линия):

Планиметрия, векторный анализ, аналитическая геометрия.

Ключевые области и понятия (то, что подлежит освоению учениками):

* Классификация геометрических фигур и случаев их взаимного расположения: умение устанавливать родовидовые отношения между известными классами геометрических фигур, выделять основание классификации, использовать термины: частный случай, эквивалентность классов фигур, множество, подмножество. Изображать отношения в виде графа и при помощи кругов Эйлера. Описывать случаи взаимного расположения данных фигур, используя изученную терминологию (параллельность, перпендикулярность прямых, вертикальные, накрест лежащие, смежные углы, концентрические окружности, вписанная, описанная окружности и др).
* Знать геометрические величины (длина отрезка, периметр, площадь, объем фигуры, градусная мера угла), уметь вычислять их, используя идею равновеликости и равносоставленности (для фигур на плоскости) и формулы (площади треугольника, прямоугольника, круга, длины окружности, объем куба и др).
* Знать структурные (взаимное расположение элементов) и метрические отношения между элементами фигуры (например, медианой, биссектрисой, высотой в треугольнике) и разными фигурами, например, треугольником и вписанной окружностью). Уметь применять эти соотношения при решении задач.
* Уметь применять аналитический и векторный аппарат для решения геометрических задач, которые без применения векторного аппарата решаются достаточно сложно (например, доказательство расположения точек на одной прямой).

**Линия 3: "Построение, оценка и доказательство утверждений о геометрических объектах"**

Обобщенный планируемый результат:

Понимание необходимости и способность грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики. Критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу о свойствах и признаках геометрической фигуры от факта; выстраивать аргументацию, проводить классификации геометрических фигур и их взаимного расположения, приводить примеры и контрпримеры. Понимать роль доказательств в построении научного знания и смысл аксиоматического подхода, доказывать утверждения о геометрических объектах.

Теоретическая основа (разделы математики и философии науки, на понятия которых опирается выделенная линия):

логика, вероятностная логика (Д. Пойа), философия математики, аксиоматический и генетический подход к построению теории, научно-исследовательская деятельность в области математики.

Ключевые области и понятия (то, что подлежит освоению учениками):

* Формулирование геометрических знаний в форме математических утверждений, их свойства (истинные, ложные, правдоподобные);
* Символика (обозначения для отрезков, углов, их величин и т.д.); Использовать изученные обозначения как язык для описания геометрических ситуаций (знаки ∩⸦, ⸧), обозначения угла и его величины, отрезка и его длины, прямой и луча, некоторых геометрических фигур, векторов и др.
* Основные методы доказательства: опровержение приведением контрпримера, полный перебор вариантов, доказательство от противного и др;
* Основные методы оценки правдоподобности: подтверждение примерами, оценка следствий;
* Аксиомы, теоремы, гипотезы. Роль аксиом в доказательстве теорем.

**Линия 4: «Представление геометрии как части общечеловеческой культуры (исторический и прикладной аспекты)»**

Обобщенный планируемый результат:

Установка на понимание геометрии как части общечеловеческой культуры в ее историческом развитии. Готовность и способность к самостоятельному поиску в разных источниках информации о культурно-исторических феноменах, связанных с геометрией. Понимание роли геометрии в решении прикладных и практических задач и умение применять геометрические знания для моделирования простых задач, возникающих в жизненных ситуациях.

Теоретическая основа (разделы математики и смежных наук, на понятия которых опирается выделенная линия):

История математики, философия математики, разделы математики: топология, фрактальная геометрия, теория многогранников, неевклидова геометрия, теория перспективы, изобразительное искусство и архитектура.

Ключевые области и понятия (то, что подлежит освоению учениками):

* Знание истоков геометрии и основных практических задач, в которых применяются геометрические знания (измерение высоты объекта на местности, расстояние до недоступного объекта, разметка на местности участка прямоугольной формы и т.д.). Умение применять некоторые из них.
* Знание постановки классических математических задач древности (трисекция угла, квадратура круга и т.д.)
* Относительно именных теорем и фактов (таких, как теорема Пифагора, теорема Фалеса, система координат Декарта), знание, того, кто эти ученые, когда они жили, чем были знамениты в свое время. Знание особенностей исторических способов обоснования именных теорем. Понимание, что принципы и методы доказательства менялись с развитием науки.
* Представление о классических геометрических отношениях и геометрических фигурах, имеющих большое значение в изобразительном искусстве и инженерии: золотое сечение, золотая спираль, окружность и число π (его иррациональность), лист Мебиуса, фракталы и др.
* Представление об аксиоматике и разных системах аксиом (геометрии Лобачевского, проективной геометрии, роли V постулата Евклида), знание, того, кто эти ученые, когда они жили, чем были знамениты в свое время.
* Знание классических геометрических головоломок и развлечений.

**Конкретизация предметных результатов для содержательной линии 4:**

Обобщенный планируемый результат:

Установка на понимание геометрии как части общечеловеческой культуры в ее историческом развитии. Готовность и способность к самостоятельному поиску в разных источниках информации о культурно-исторических феноменах, связанных с геометрией. Понимание роли геометрии в решении прикладных и практических задач и умение применять геометрические знания для моделирования простых задач, возникающих в жизненных ситуациях.

1. Умение относить изученные именные теоремы и знаменитые результаты к соответствующей культурно-исторической эпохе и находить информацию про их авторов.
2. Понимать и находить факты и примеры применения геометрии в других областях науки (физике, инженерии и др), культуры (изобразительном искусстве, архитектуре и др) и досуга (геометрические игры, головоломки и развлечения).
3. Умение применять геометрические знания для моделирования простых задач, возникающих в реальных ситуациях.
4. Умение опознавать реальные ситуации, в которых геометрические знания помогают преодолеть возникшее затруднение.

**Пример детализации одного результата Линии 4 по ступеням**

1. Умение относить изученные именные теоремы и знаменитые результаты к соответствующей культурно-исторической эпохе и находить информацию про их авторов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ступень 15-6 классы | Ступень 27-8 класс | Ступень 39 класс |
| Опознавать в рассказе учителя и учебных текстах об истории возникновения геометрии и модельном характере геометрических фигур понятия и термины, с которыми они работают на уроках геометрии.  | Самостоятельно выбирать интересные для себя вопрос для изучения из списка, предложенного учителем, отбирать материал из предложенных учителем текстов и подготавливать сообщение.  | Самостоятельно находить нужную информацию в популярной литературе и интернет-источниках, рекомендованных учителем, о том, какую роль изучаемые факты и понятия играют в становлении геометрии и ее приложениях и подготавливать сообщение. |

**Конкретизация предметных результатов для содержательной линии 2:**

Обобщенный планируемый результат:

Умение проводить классификации геометрических фигур по разным основаниям, устанавливать родовидовые отношения. Способность воспринимать плоскую геометрическую фигуру как систему элементов и применять знания о свойствах этих элементов для анализа пространственных и метрических отношений между ними.

Умение применять полученные знания для решения геометрических задач и доказательства теорем.

1. Умение классифицировать геометрические фигуры по разным основаниям, осознавая основание классификации, определять, к какому классу относится данная фигура, делать умозаключения о родовидовых отношениях, в том числе, устанавливать эквивалентность классов.
2. Умение классифицировать ситуации взаимного расположения фигур на плоскости, осознавая основание классификации.
3. Умение выделять или достраивать по необходимости на чертеже элементы и фигуры, отражающие существенное отношение для ответа на вопрос задачи.
4. …
5. …

**Пример детализации результатов Линии 2 по ступеням**

1. Умение классифицировать геометрические фигуры по разным основаниям, осознавая основание классификации, определять, к какому классу относится данная фигура, делать умозаключения о родовидовых отношениях, в том числе, устанавливать эквивалентность классов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ступень 15-6 классы | Ступень 27-8 класс | Ступень 38-9 класс |
| Знать классификацию углов по величине, треугольников по виду наибольшего угла (прямоугольный, тупоугольный, остроугольный), понимать основание классификации, уметь приводить примеры фигуры, принадлежащей и не принадлежащей данному классу. Понимать, что квадрат – частный случай прямоугольника. | Уметь выделять основания классификации треугольников (по количеству равных сторон, по виду наибольшего угла),четырехугольников (по количеству пар параллельных сторон, по количеству равных сторон и др.). Уметь определять, к какому классу относится данная фигура, приводить примеры. Моделировать родовидовые отношения в виде графа (кругов Эйлера).  | Знать классификацию углов, связанных с окружностью (центральный, вписанный, угол между касательной и секущей и т.д). Самостоятельно выделять основания классификации углов, связанных с окружностью.Знать виды доказательств (полный перебор, от противного и т.д.), уметь определять вид конкретного доказательства.Уметь классифицировать задачи по требуемому действию, материалу и применяемому для решения аппарату. |

1. …
2. Умение выделять или достраивать по необходимости на чертеже элементы и фигуры, отражающие существенное отношение для ответа на вопрос задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ступень 15-6 классы | Ступень 27-8 класс | Ступень 38-9 класс |
| Умение строить простой чертеж по тексту задачи (системы прямых, образующих углы, фигуры, составленные из прямоугольников и прямоугольных треугольников). Выбирать необходимые элементы для нахождения площади, величины угла или сравнения углов. | Умение строить варианты чертежа по тексту задачи, содержащему недостаточные данные. Умение вводить в чертеж дополнительные элементы, не указанные в тексте задачи, но необходимые для ее решения (например, проводить в параллелограмме высоту для нахождения площади). Доказывать равенства каких-либо фигур, выделяя их как элементы треугольников, для которых известны признаки равенства и подобия. Например, доказывая равенства отрезков (противоположных сторон параллелограмма), уметь выделять соответствующие треугольники и искать в них равные элементы, опираясь на признаки равенства треугольников. | Умение выделять или достраивать по необходимости на чертеже элементы и фигуры, анализируя ситуацию данных и требуемого и находить в массиве известных к этому времени геометрических фактов цепочку утверждений, связывающих данные и вопрос задачи.    |